

Goniometria

Definícia odvodených goniometrických funkcií

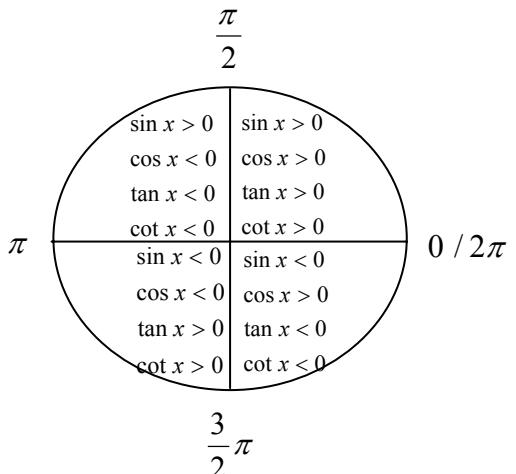
tangens $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \quad x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$

kotangens $\cot x = \frac{1}{\tan x} \quad x \neq k\pi$

sekans $\sec x = \frac{1}{\cos x} \quad x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$

kosekans $\csc x = \frac{1}{\sin x} \quad x \neq k\pi$

Znamienka hodnôt funkcií:



Periodickosť funkcií

$$\sin(x + 2k\pi) = \sin x \quad \cos(x + 2k\pi) = \cos x$$

$$\tan(x + k\pi) = \tan x \quad \cot(x + k\pi) = \cot x$$

Niekteré funkčné hodnoty goniometrických funkcií

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\tan x$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	*	0
$\cot x$	*	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	*

Párnosť/Nepárnosť

$$\sin(-x) = -\sin x$$

$$\cos(-x) = \cos x$$

$$\tan(-x) = -\tan x$$

$$\cot(-x) = -\cot x$$

Vzťahy medzi funkiami rovnakého argumentu

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\tan x \cdot \cot x = 1 \quad x \neq k \frac{\pi}{2}$$

Vzťahy pre funkcie súčtu argumentov

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y \quad \cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y$$

$$\tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}$$

Vzťahy pre funkcie dvojnásobného argumentu

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x \quad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} \quad x \neq k \frac{\pi}{4}$$

Vzťahy pre funkcie polovičného argumentu

$$\left| \sin \frac{x}{2} \right| = \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}} \quad \left| \cos \frac{x}{2} \right| = \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}$$

$$\left| \tan \frac{x}{2} \right| = \sqrt{\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}} \quad x \neq k\pi$$

Súčet a rozdiel goniometrických funkcií

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2} \quad \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2} \quad \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\tan x \pm \cot y = \pm \frac{\cos(x \mp y)}{\cos x \cdot \sin y}$$

$$\cos x \pm \sin x = \sqrt{1 \pm \sin 2x} = \sqrt{2} \sin \left(\frac{\pi}{4} \pm x \right)$$