

# 1. Výroky

Charakterizujte základné vlastnosti výrokov.

Výrok je každá oznamovacia veta, o ktorej má zmysel uvažovať či je pravdivá alebo nepravdivá. Výroky označujeme: A, B, C, D, V, ... atď.

## Výrok

- a) pravdivý - „platí“ má pravdivostnú hodnotu (1)
- b) nepravdivý – „neplatí“ má pravdivostnú hodnotu (0)

## Negácia výroku

Ku každému výroku A možno vytvoriť výrok  $A'$ , ktorý popiera (neguje) to, čo tvrdí výrok A. Výrok  $A'$  sa nazýva negácia výroku A. Negáciu vytvoríme tak, že pred výrok dáme predponu „ne ..“, „nie je“, alebo text „nie je pravda že ....“.

A	$A'$
(1)	(0)
(0)	(1)

-

Zopakujme si vlastnosti kvantifikovaného výroku.

Kvantifikovaný výrok je oznamovacia veta, ktorá udáva určitý počet, alebo odhad počtu predmetov, osôb atď. s rovnakou vlastnosťou. V kvantifikovanom výroku sa vyskytujú slová: práve, najviac, každý, všetci, niektorí, aspoň, žiadny ...atď., ktoré sa nazývajú kvantifikátory a číslovky.

- Výrok „aspoň 5“ znamená 5 a viac.
- Výrok „najviac 5“ znamená 5 a menej

Pre symbolické zápisy kvantifikovaných výrokov používame

- a) všeobecný kvantifikátor  $\forall$  - „pre každé (všetky) platí....“
- b) existenčný kvantifikátor  $\exists$  - „existuje aspoň jedno..., pre ktoré platí ....“

Negácia kvantifikovaného výroku

Výrok	Negácia výroku
Každý ... je ...	Aspoň jeden... nie je ...
Aspoň jeden ... je ...	Každý ... nie je ...
Aspoň n ... je ... ( $n > 1$ )	Najviac (n-1)... je ...
Najviac n ... je ... ( $n \geq 1$ )	Aspoň (n+1)... je ...
Práve n ... je ...	Najviac (n-1) alebo aspoň (n+1) je...

$$[\forall x \in A; V(x)]' = \exists x \in A; V'(x)$$

$$[\exists x \in A; V(x)]' = \forall x \in A; V'(x)$$

$$(x = y)' = x \neq y, (x < y)' = x \geq y, (x \geq x)' = x < y$$

Negujte nasledujúce výroky:

A: Číslo 3 je koreňom rovnice  $x^2 = 9$  (1)

B:  $2^3 - 5 > 7$  (0)

C: Uhlopriečky štvorca sú na seba kolmé (1)

D:  $-7 \in \mathbb{N}$  (0)

E: Každá úloha má riešenie (0)

F: Existuje aspoň jeden obdĺžnik, ktorý má kolmé uhlopriečky (0)

G: Existuje aspoň jeden pravouhlý trojuholník (1)

H: Táto kniha má najviac 50 strán (1)

I: Každá pieseň má koniec (1)

J: Na zasadnutí ZRPŠ bolo práve 20 rodičov (0)

K:  $\exists x \in \mathbb{Z}; x^2 - 9 = 0$  (1)

L:  $\forall x \in \mathbb{N}; x > 0$  (1)

*Utvorte negáciu:*

A: Dunaj preteká cez Košice.

B:  $1+1=3$

C:  $7 < 5$

*Ktoré dvojice viet sa skladajú z výroku a jeho negácie?*

A: Peter si obliekol modrý sveter.

A': Peter si obliekol čierny sveter.

B: Množina prirodzených čísel je prázdna.

B': Množina prirodzených čísel je neprázdna.

C: Dané číslo je kladné.

C': Dané číslo je záporné.

*Utvorte negáciu:*

A: Na chate nás bolo aspoň 10.

B: Najviac 4 dni bude pršať.

C: Daná rovnica má práve dve riešenia.

D: Do matematickej olympiády sa zapojilo aspoň 6 žiakov 1.B.

E: Richard má (práve) 3 súrodencov.

- a) Náš futbalový tím prehral najviac dva zápasy.
- b) Všetci spolužiaci majú doma internet.
- c) V sobotu si na bicykli dofúkam kolesá a opravím brzdy.
- d)  $\exists x \in R : x^2 + 2 \geq 3$
- e) Niektoré zlomky sa nedajú zjednodušiť.
- f) Na imatrikulácii bude aspoň 100 študentov.
- g) Všetci sme leniví.
- h) Niektoré úlohy nemajú riešenie.
- i)  $\forall x \in N : x \leq 5$
- j) Na imatrikulácii bude aspoň 100 študentov.
- k) Náš futbalový tím prehral aspoň dva zápasy.

Skriňa má 6 zásuvky. Matej o nich povedal: "Aspoň štyri zásuvky sú otvorené." Negáciou Maťovho výroku je výrok:

- (A) Práve tri zásuvky sú otvorené
- (B) Aspoň päť zásuviek je zatvorených
- (C) Najviac tri okná sú otvorené
- (D) Najviac tri okná sú zatvorené
- (E) Ani jeden z predchádzajúcich výrokov

## Čo vieme o zložených výrokoch?

Zložené výroky vzniknú spojením dvoch jednoduchých výrokov A,B.

Zložené výroky sú :

- Konjunkcia  $\wedge$
  - Alternatíva  $\vee$
  - Implikácia  $\Rightarrow$
  - Ekvivalencia  $\Leftrightarrow$
- Konjunkcia dvoch výrokov vznikne ich spojením spojku „a“, „ a tiež“, „a súčasne“. Konjunkcia je pravdivá, ak sú pravdivé obidva výroky súčasne .
  - Alternatíva dvoch výrokov vznikne ich spojením spojku „alebo“. Alternatíva je pravdivá, ak je pravdivý aspoň jeden z výrokov.
  - Implikácia dvoch výrokov vznikne tak, že prvému výroku predradíme slovo „ak“, druhému slovo „potom“. Implikácia je **nepravdivá** ,ak z pravdy vyplýva nepravda .(dohovor)
  - Ekvivalencia dvoch výrokov vznikne ich spojením slovami „ práve vtedy, keď“, alebo „ vtedy a len vtedy „ Ekvivalencia je pravdivá práve vtedy, keď obidva výroky majú rovnakú pravdivostnú hodnotu.

A	B	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \Rightarrow B$	$A \Leftrightarrow B$
1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0
0	1	0	1	1	0
0	0	0	0	1	1

Negácia zložených výrokov .

$$(A \wedge B)' = A' \vee B'$$

$$(A \vee B)' = A' \wedge B'$$

$$(A \Rightarrow B)' = A \wedge B'$$

$$(A \Leftrightarrow B)' = (A \wedge B') \vee (A' \wedge B)$$

Z daných výrokov A, B vytvorte:

$$A \wedge B, \quad A \vee B, \quad A \Rightarrow B, \quad A \Leftrightarrow B$$

A: Číslo 20 je nepárne (0)

B: Číslo 20 končí nulou (1)

$A \wedge B$  : Číslo 20 je nepárne a končí nulou. (0)

$A \vee B$  : Číslo 20 je nepárne alebo končí nulou. (1)

$A \Rightarrow B$  : Ak číslo 20 je nepárne, potom končí nulou. (1)

$A \Leftrightarrow B$  : Číslo 20 je nepárne vtedy a len vtedy, keď končí nulou (0)

A: Uhlopriečky obdĺžnika sú rovnako dlhé (1)

B: Uhlopriečky obdĺžnika sú na seba kolmé (0)

$A \wedge B$  : Uhlopriečky obdĺžnika sú rovnako dlhé a sú na seba kolmé (0)

$A \vee B$  : Uhlopriečky obdĺžnika sú rovnako dlhé alebo sú na seba kolmé (1)

$A \Rightarrow B$  : Ak sú uhlopriečky obdĺžnika rovnako dlhé, potom sú na seba kolmé (0)

$A \Leftrightarrow B$  : Uhlopriečky obdĺžnika sú rovnako dlhé práve vtedy,  
keď sú na seba kolmé (0)

Dané sú výroky P: prší , S: svieti Slnko, V: fúka vietor. Vytvorte z nich zložené výroky

$P'$ : Neprší

- $P \wedge V'$  : Prší a nefúka vietor  
 $(P \vee S')$  : Nie je pravda, že prší alebo nesvieti Slnko  
 $(P \wedge V) \Rightarrow S'$  : Ak prší a fúka vietor, potom nesvieti Slnko  
 $P' \wedge S'$  : Neprší a nesvieti Slnko  
 $(P \wedge S) \Leftrightarrow V'$  : Prší a svieti Slnko práve vtedy keď nefúka vietor  
 $V \Rightarrow S'$  : Ak fúka vietor, potom nesvieti Slnko.  
 $(P \wedge S) \Rightarrow V'$  : Ak prší a svieti Slnko, potom nefúka vietor.  
 $(P \vee S) \Leftrightarrow V'$  : Prší alebo svieti Slnko práve vtedy, keď nefúka vietor.  
 $(P \wedge S) \vee (P \wedge V')$  : Prší a svieti Slnko, alebo prší a nefúka vietor  
 $S \Rightarrow (P' \wedge V')$  : Ak svieti Slnko, potom neprší a nefúka vietor  
 $(P' \vee S) \Leftrightarrow V$  : Neprší alebo svieti Slnko práve vtedy, keď fúka vietor  
 $(P \wedge S)'$  : Nie je pravda, že prší a svieti Slnko.  
 $(S' \wedge P) \Rightarrow V$  : Ak nesvieti Slnko a prší, potom fúka vietor.  
 $(P' \wedge V') \Rightarrow S$  : Nie je pravda, že ak neprší a nefúka vietor, potom svieti Slnko.

Zistite pomocou tabuľky pravdivostnú hodnotu formuly:

$$(A \wedge B)' \Leftrightarrow A' \vee B'$$

Riešenie:

A	B	$A \wedge B$	$(A \wedge B)'$	$A'$	$B'$	$A' \vee B'$	$(A \wedge B)' \Leftrightarrow A' \vee B'$
1	1	1	0	0	0	0	1
1	0	0	1	0	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1	1
0	0	0	1	1	1	1	1

Formula platí. Je to tautológia.

Totožnostno-pravdivý výrok alebo tautológia (z gréckeho ταυτολογία tautologia) je výrok, výraz alebo formula logického kalkulu, ktorá je pravdivá pri akýchkoľvek významoch pravdivosti ich premenných.