

Výstupný test 2. ročník

Skupina A

- 1) Riešte rovnicu $\cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ v intervale $\left\langle -\frac{\pi}{2}, \pi \right\rangle$.
- 2) Spočítajte dané komplexné čísla: $a = \sqrt{2} \cdot \left(\cos \frac{5}{4}\pi + i \cdot \sin \frac{5}{4}\pi \right)$; $b = 3 \cdot e^{i \cdot \frac{3}{2}\pi}$
(pomôcka: spočítat' sa dajú iba v algebrickom tvare)
- 3) Určte všetky $m \in R$, pre ktoré je funkcia $f : y = \left(\frac{m-1}{m}\right)^x$ rastúca. Zvoľte konkrétne nenulové reálne číslo m a načrtnite graf funkcie f .
- 4) Načrtnite graf funkcie, určte definičný obor, obor hodnôt a monotónnosť.
- 5) Vypočítajte obsah a obvod rovnoramenného lichobežníka $ABCD$, ktorého základne a, c sú v pomere 4:3, rameno $b = 13 \text{ cm}$, výška $v = 12 \text{ cm}$.
- 6) Dokážte, že pre veľkosť telesovej uhlopriečky
 - a) kvádra u_t platí:
$$u_t = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}, \text{ kde } a, b, c \text{ sú dĺžky hrán kvádra.}$$
 - b) kocky platí $u_t = a\sqrt{3}$, kde a je dĺžka hrany kocky.

Výstupný test 2. ročník

Skupina B

- 1) Načrtnite graf funkcie $f : y = 2 \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ Určte definičný obor a obor hodnôt funkcie.
- 2) Určte $\frac{a \cdot b}{c}$, ak $a = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$; $b = 2 \cdot \left(\cos \frac{3}{2}\pi + i \cdot \sin \frac{3}{2}\pi\right)$; $c = 6 \cdot e^{i \cdot 15^\circ}$
(pomôcka: všetko previesť do jedného tvaru, najlepšie goniometrického alebo exponenciálneho)
- 3) Načrtnite graf funkcie, určte definičný obor, obor hodnôt a monotónnosť.
- 4) V množine R riešte rovnicu $\log_4(x + 3) - \log_4(x - 1) = 2 - \log_4 8$. Zmení sa riešenie tejto úlohy, ak bude základ logaritmu iný? Svoje tvrdenie zdôvodnite na vlastnom príklade.
- 5) Obvod a obsah kruhu sú vyjadrené rovnakým číslom x cm a x cm². Určte v centimetroch priemer kruhu.
- 6) Stan tvaru ihlana má mať za podstavu štvorec, ktorého strana má dĺžku $a = 2$ m a výšku $v = 1,8$ m. Minimálne koľko m² plátna treba na jeho zhotovenie?

Výstupný test 2. ročník

Skupina C

- 1) Definujte goniometrické funkcie sínus a kosínus. Načrtnite ich grafy v základnom intervale periodicity. Určte ich definičné obory, obory hodnôt, intervaly rastu a klesania a ďalšie vlastnosti funkcií. (pomôcka: jednotková kružnica)
- 2) Určte komplexne združené číslo k číslu: $z = \frac{i - i^2}{5 - i}$
- 3) Rozhodnite, či je výrok pravdivý a svoje tvrdenie dokážte pomocou grafu exponenciálnej funkcie
- 4) Dokážte, že koreň rovnice $\log_2 x + 1 + \log_2 x + 2 = 1$ je celé číslo.
- 5) Záhradu tvaru pravouhlého trojuholníka oplotili pletivom dlhým 364 m . Najkratšia strana meria 26 m . Vypočítajte rozlohu záhrady.
- 6) Ako sa zmení objem valca ak polomer valca zväčšíme o 50% a zároveň zmenšíme jeho výšku o 20%?

Výstupný test 2. ročník

Skupina D

- 1) Dokážte, že platí rovnosť : $\frac{\cos \alpha}{1 - \sin \alpha} - \frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha} = 2 \operatorname{tg} \alpha$ Určte podmienky pre α .

2) Určte, čomu sa rovná $\frac{i^{312} \cdot i^{67}}{i^{49} \cdot i^{368}} =$

- 3) Riešte v \mathbb{R} : $3^{x+1} - 3^x + 3^{x-1} = 189$ (pomôcka: lineárna substitúcia)
- 4) Určte definičný obor funkcie $f: y = \log(6 - x - x^2)$. Ako ovplyvní zmena základu logaritmu definičný obor tejto funkcie?
- 5) Je daný trojuholník ABC so stranami $a = 10 \text{ cm}$, $b = 17 \text{ cm}$, $c = 21 \text{ cm}$.
Vypočítajte obsah trojuholníka, výšku na stranu a , veľkosť uhla α . Uved'te také veľkosti strán trojuholníka ABC , aby úloha nemala riešenie.
- 6) Rovnostrannému valcu ($v=2r$) je vpísaná guľa a kužeľ. Podstava kužeľa je zhodná s podstavou valca, vrchol kužeľa je v strede druhej podstavy.
Dokážte, že pomery objemov valca, kužeľa a gule sú 3:1:2. (pomôcka:

-)

Výstupný test 2. ročník

Skupina E

- 1) Dĺžky strán trojuholníka sú 3cm, 4cm a 6cm. Určte v stupňoch veľkosť tupého vnútorného uhla trojuholníka. (pomôcka: kosinusová veta)
- 2) Riešte v množine \mathbb{C} rovnicu: $5x^2 + 13x + 9 = 0$
- 3) Rozhodnite, či je výrok pravdivý a svoje tvrdenie dokážte pomocou definície monotónnosti
- 4) Riešte v \mathbb{R} : $\log x^2 + \log x + \log \frac{1}{\sqrt{x}} + 5 = 0$
- 5) Vypočítajte dĺžku tetivy kružnice s polomerom 15 cm, ak táto tetiva delí priemer na ňu kolmý v pomere 2:13.
- 6) Aký priemer má medený drôt 100 m dlhý, ak jeho hmotnosť je 40 kg?
(Hustota medi $\rho = 8,9 \text{ g/cm}^3$)

Výstupný test 2. ročník

Skupina F

- 1) Dokážte, že pre prípustné hodnoty premennej x platí: $\frac{1 - \cos 2x + \sin 2x}{1 + \cos 2x + \sin 2x} = \operatorname{tg} x$
- 2) Vyjadrite dané komplexné číslo v exponenciálnom tvare: $a = -\sqrt{2} + \sqrt{2}i$
- 3) Riešte v \mathbb{R} : $3^{2x+1} + 3^{x+2} - 3^x - 3 = 0$ (pomôcka: kvadratická substitúcia)
- 4) Uveďte pravidlá pre počítanie s logaritmami a dokážte jedno z nich.
- 5) V trojuholníku ABC majú vnútorné uhly ležiace pri vrchoch A a B veľkosti 30° a 45° . Vypočítajte obsah trojuholníka ABC ak výška na stranu AB je 1cm.
- 6) Ak sa predĺži hrana danej kocky o 5 cm, zväčší sa jej objem o 485 cm^3 . Vypočítajte povrch pôvodnej a novej kocky.