

# Exponenciálne funkcie

$a$  - kladné reálne číslo

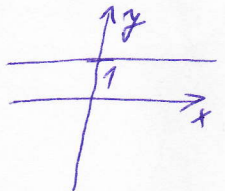
**SLOVNE** : „Pre každé reálne číslo  $x$  je definovaná  $x$ -ta mocnina čísla  $a$ “ = „ku každému  $x \in \mathbb{R}$  je priradené práve jedno reálne číslo  $a^x$ “

(opakovanie : Def (fuc) : Nech  $M$  je podmnožina množiny reálnych čísel. Funkciou  $f$  nazývame predpis, ktorý každému  $x \in M$  priradi práve jedno  $y \in \mathbb{R}$ )  $y = a^x$

$\Rightarrow f: y = a^x$

$a > 0$

ak  $a = 1 \Rightarrow \forall x \in \mathbb{R}: 1^x = 1 \Rightarrow y = 1$  konštantná

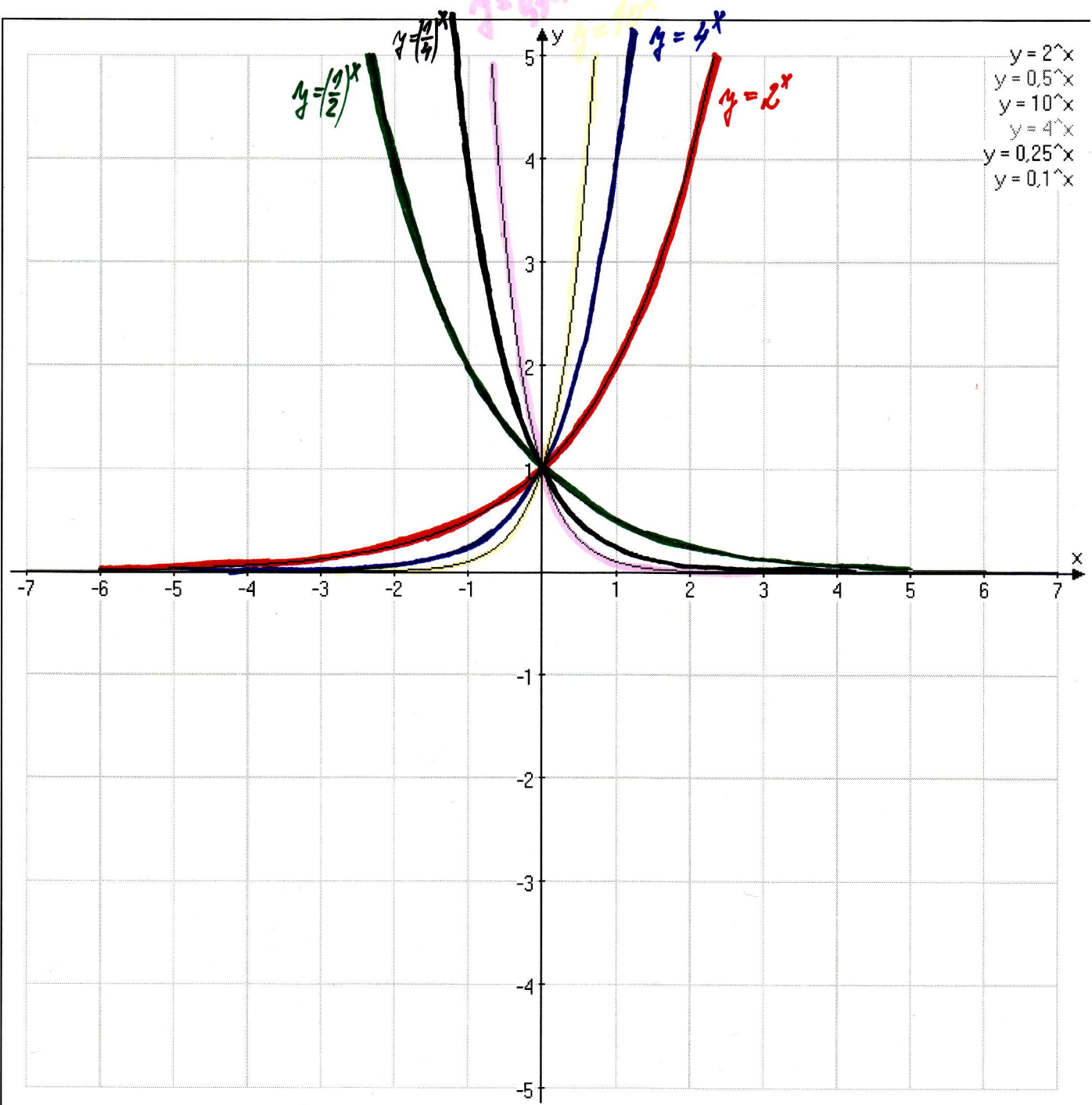


Def: Nech  $a$  je kladné reálne číslo,  $a \neq 1$ .

Exponenciálna funkcia so základom  $a$  je funkcia  $y = a^x, x \in \mathbb{R}$

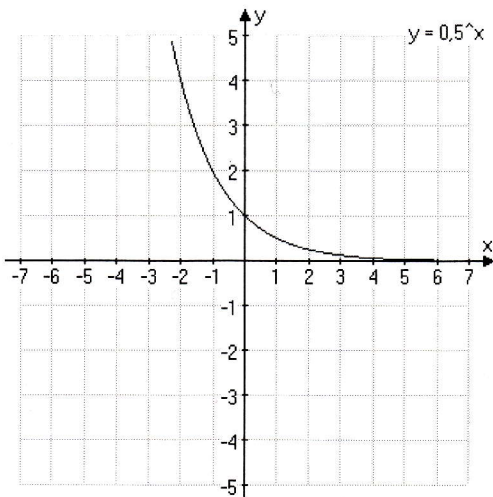
Pr. Vrite hodnoty funkcie  $f: y = 2^x, g: y = (\frac{1}{2})^x$  a obrany hodov nakreslite v kartéziansky súo súř.

$x$	-3	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	3
$2^x$	$2^{-3} = 0,125$	0,25	0,35	0,5	0,7	1	1,41	2	2,8	4	8
$(\frac{1}{2})^x$	8	4	2,8	2	1,41	1	0,7	0,5	0,35	0,25	0,125
$4^x$	0,0625	0,0625	0,125	0,25	0,5	1	2	4	8	16	64
$(\frac{1}{4})^x$	64	16	8	4	2	1	0,5	0,25	0,125	0,0625	0,015625



## Exponenciálne funkcie

**Def.:** Nech  $a$  je kladné reálne číslo rôzne od nuly ( $a \in \mathbb{R}, a > 0, a \neq 1$ ). Exponenciálna funkcia so základom  $a$  je funkcia  $y = a^x, x \in \mathbb{R}$



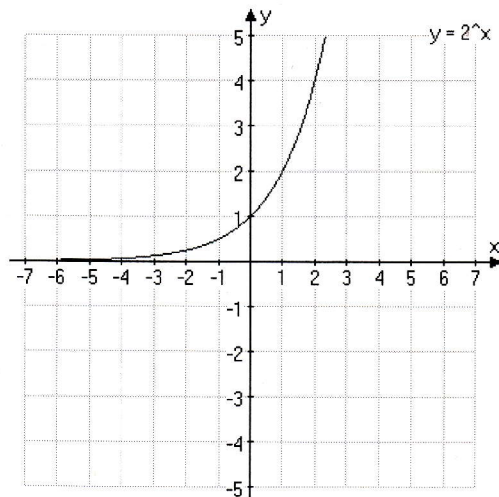
$$a \in (0; 1), \quad 0 < a < 1$$

$$D(f) = \mathbb{R}$$

$$H(f) = (0; +\infty)$$

*klesajúca*

*zdola ohraničená*



$$a > 1$$

$$D(f) = \mathbb{R}$$

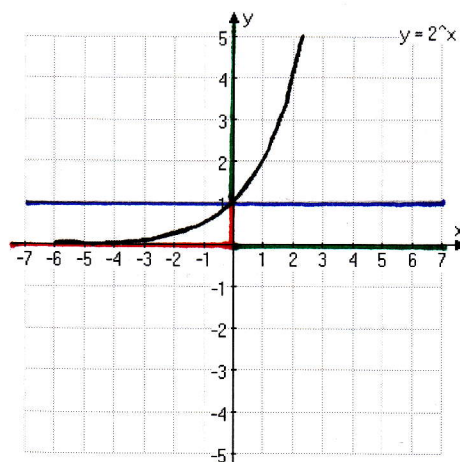
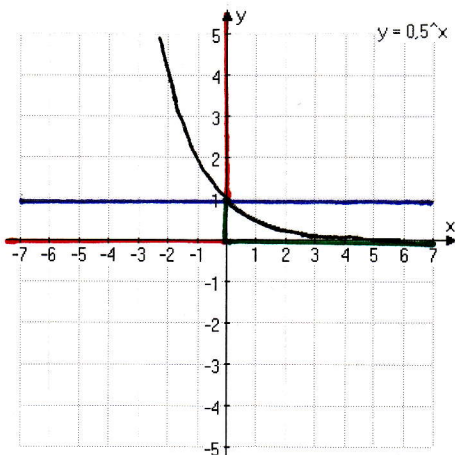
$$H(f) = (0; +\infty)$$

*rastúca*

*zdola ohraničená*

### Veta:

- a) Pre každé  $a \in (0; 1)$  platí: Ak  $x < 0$ , tak  $a^x > 1$ . Ak  $x > 0$ , tak  $a^x < 1$ .
- b) Pre každé  $a > 1$  platí: Ak  $x < 0$ , tak  $a^x < 1$ . Ak  $x > 0$ , tak  $a^x > 1$ .



Pr 1 : Na ka'klade markuseli' exp. fein' bez nypochku  
vrite

$$0,4^2 \boxed{<} 1$$

$$2,15^{0,3} \boxed{>} 1$$

$$1,4^{0,45} \boxed{>} 1$$

$$\left(\frac{\pi}{4}\right)^{1,009} \boxed{<} 1$$

$$0,8^{0,5} \boxed{<} 1$$

$$1,5^{-3,2} \boxed{>} 1$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{2}{5}} \boxed{<} 1$$

$$0,15^{0,3} \boxed{<} 1$$

$$0,85^{\frac{2}{3}} \boxed{<} 1$$

$$\left(\frac{3}{8}\right)^{-\frac{4}{7}} \boxed{>} 1$$

$$2,4^{0,4} \boxed{>} 1$$

$$\left(\frac{9}{150}\right)^0 \boxed{=} 1$$

$$\left(\frac{8}{4}\right)^{1,328} \boxed{>} 1$$

$$\left(\frac{4}{3}\right)^{-0,92} \boxed{<} 1$$

$$\left(\frac{6}{4}\right)^{1,328} \boxed{<} 1$$

$$0,5^{-2,5} \boxed{<} 1$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{5}{8}} \boxed{>} 1$$

$$3,4^0 \boxed{=} 1$$

$$\left(\frac{4}{6}\right)^{\frac{3}{4}} \boxed{>} 1$$

$$4,84^0 \boxed{=} 1$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-2,5} \boxed{>} 1$$

Pr 2 Rozhodnite, které z ~~úloh~~ výroků sú pravdivé:

$$a, 1,25^{1,5} < 1,25^{1,2}$$

$$a = 1,25 \Rightarrow a > 1 \Rightarrow \text{RÁST. } x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$$

$$x_1 < x_2 \Rightarrow a^{x_1} < a^{x_2}$$

$$1,2 < 1,5 \Rightarrow 1,25^{1,2} < 1,25^{1,5}$$

$\Rightarrow$  nepravdivý

$$b, \left(\frac{5}{8}\right)^{2,6} < \left(\frac{5}{8}\right)^{2,3}$$

$$a = \frac{5}{8} \Rightarrow a \in (0,1) \Rightarrow \text{KLES. } x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$$

$$x_1 < x_2 \Rightarrow a^{x_1} > a^{x_2}$$

$$2,3 < 2,6 \Rightarrow \left(\frac{5}{8}\right)^{2,3} > \left(\frac{5}{8}\right)^{2,6}$$

$\Rightarrow$  pravdivý

$$c, \left(\frac{1}{5}\right)^3 < \left(\frac{1}{5}\right)^4$$

$$a = \frac{1}{5} \Rightarrow a \in (0,1) \Rightarrow \text{KLES. } 3 < 4 \Rightarrow \left(\frac{1}{5}\right)^3 > \left(\frac{1}{5}\right)^4$$

$\Rightarrow$  nepravdivý

$$d, 1,01^4 > 1,01^4$$

$$a = 1,01 \Rightarrow a > 1 \Rightarrow \text{RÁST. } 4 < 4 \Rightarrow 1,01^4 < 1,01^4$$

$\Rightarrow$  pravdivý

$$e, 3,2^{5,1} < 3,2^{5,4}$$

$$a = 3,2 \Rightarrow a > 1 \Rightarrow \text{RÁST. } 5,1 < 5,4 \Rightarrow 3,2^{5,1} < 3,2^{5,4}$$

$\Rightarrow$  pravdivý

**Pr.3:** Zostrojte grafy daných exponenciálnych funkcií, určte ich definičný obor, obor hodnôt, monotónnosť, ohraničenosť.

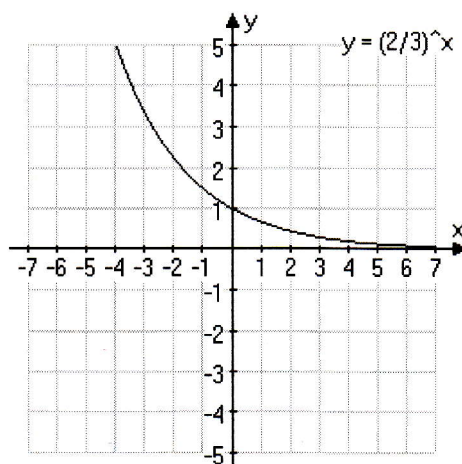
a)  $f: y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$

$D(f) = \mathbb{R}$

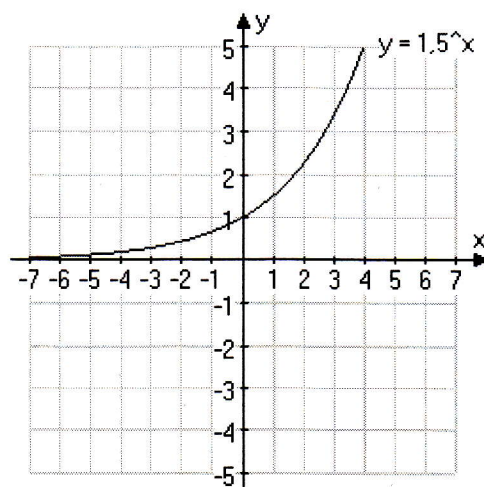
$H(f) = (0; \infty)$

klesajúca

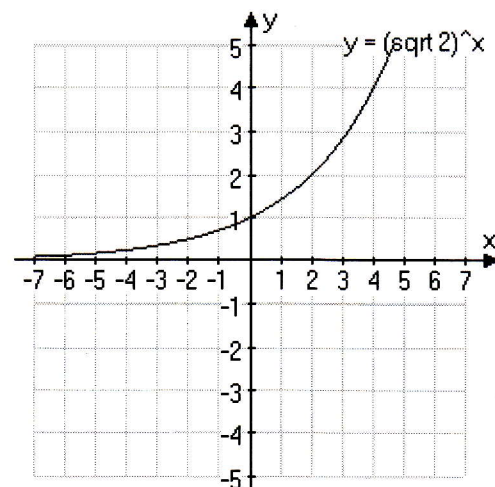
zdola ohraničená



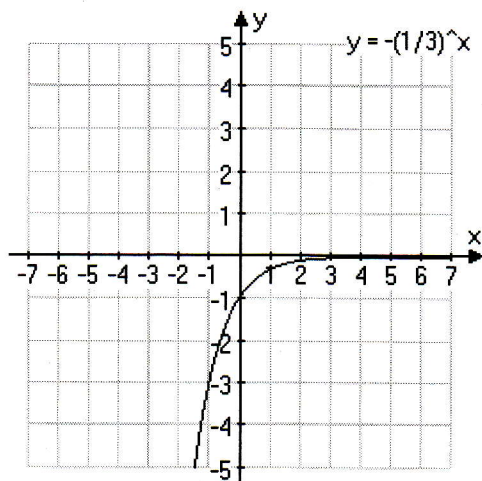
b)  $g: y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$



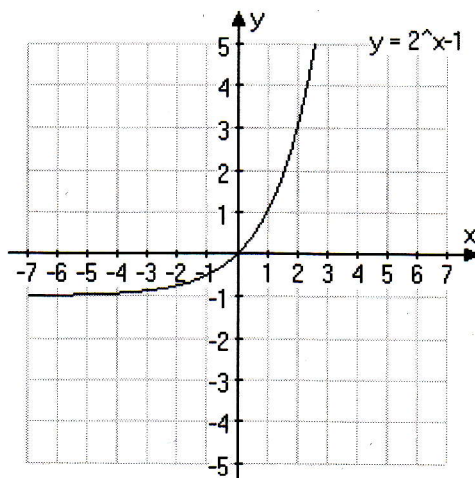
c)  $h: y = (\sqrt{2})^x$



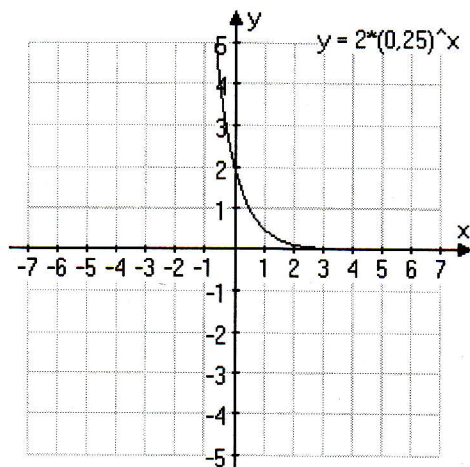
d)  $i: y = -\left(\frac{1}{3}\right)^x$



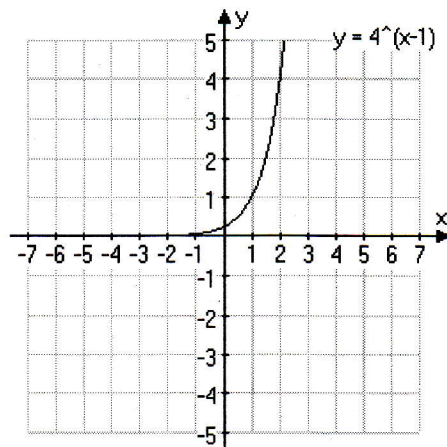
e)  $i: y = 2^x - 1$



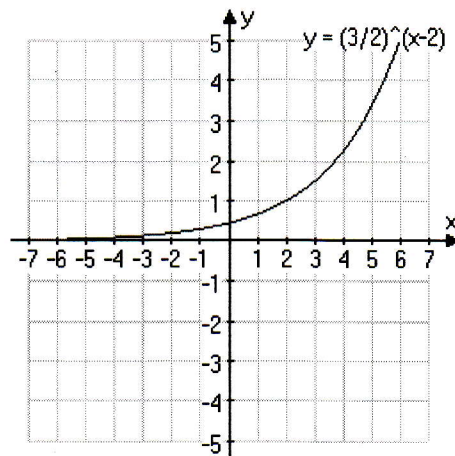
f)  $j: y = 2(0,25)^x$



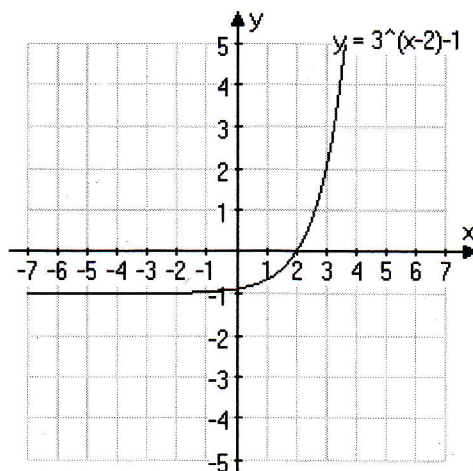
g)  $k: y = 4^{x-1}$



h)  $l: y = \left(\frac{3}{2}\right)^{x-2}$

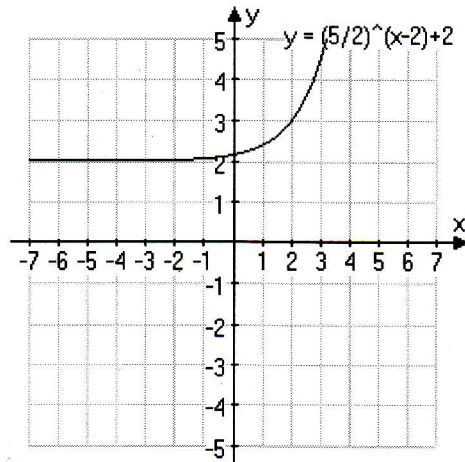


i)  $m: y = 3^{x-2} - 1$

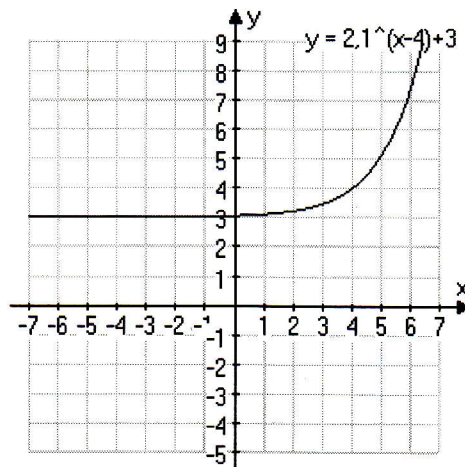




j)  $n: y = \left(\frac{5}{2}\right)^{x-2} + 2$



k)  $o: y = 2,1^{x-4} + 3$



l)  $p: y = \left(\frac{2}{5}\right)^{x+3} - 4$

